

УДК 616.12-073.96-7

В. В. КИКИНЁВ, начальник отдела; Республиканское научно-исследовательское унитарное предприятие “Луч”, г. Гомель

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ СИГНАЛА В КОНТУРЕ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Предложен метод расчета коэффициента гармонической линеаризации нелинейности в системе с преобразованием сигнала в контуре регулирования.

Известно, что установившаяся ошибка в замкнутой системе тем меньше, чем большим усилением разомкнутого контура эта система обладает [1]. Однако при увеличении указанного усиления растет погрешность, обусловленная собственной нестабильностью (в частности, температурной) усилителя сигнала датчика: зависимость чувствительности коэффициента усиления замкнутой системы T_G от изменения δH параметров цепи датчик + усилитель имеет вид [1]:

$$S_{\delta H}^{T_G} = -\frac{G_{\Sigma} \delta H}{1 + G_{\Sigma} \delta H}, \quad (1)$$

где G_{Σ} – коэффициент усиления разомкнутого контура.

Можно обеспечить одновременно точность и стабильность, построив канал усиления в системе по схеме с “преобразованием сигнала”, что, как известно [2], предусматривает балансную модуляцию опорного (вспомогательного) сигнала, усиление на переменном токе и синхронную демодуляцию.

Цепь прохождения модулированного сигнала в системе с преобразованием сигнала может оказаться нелинейной; часто такую замкнутую систему, используя известные правила [3], можно привести к виду (рисунок 1):

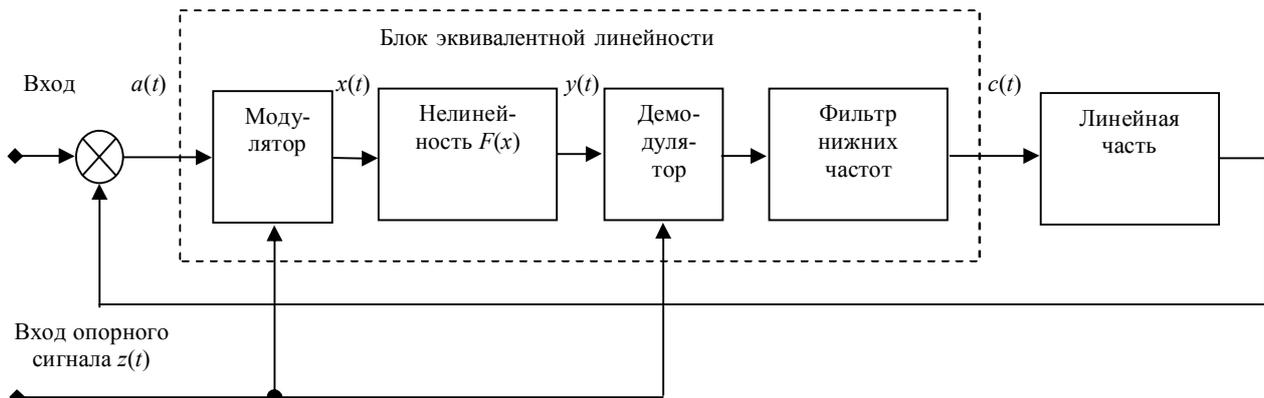


Рисунок 1 – Блок-схема замкнутой нелинейной системы

Пусть в системе действуют сигналы: $a = A \sin(\Omega t)$ на входе модулятора, $z = Z \sin(\omega t)$ на опорном входе и при этом $\omega \gg \Omega$.

Здесь нелинейность, как и обычно, не обладает частотноизбирательными свойствами, линейная же часть системы и фильтр нижних частот пропускают колебания с частотой Ω и эффективно подавляют колебания с частотой ω .

Таким образом, сигнал с частотой ω локализуется на участке «модулятор–нелинейность–демодулятор»; на входе модулятора и на выходе демодулятора действуют исходный и восстановленный сигналы, оба на частоте Ω (фактически в диапазоне линейности это один и тот же масштабированный сигнал). Если объединить три вышеуказанных элемента схемы в один блок (“блок эквивалентной не-

линейности”), исключив тем самым из рассмотрения колебания с частотой ω , то схема, приведенная на рисунке 1, преобразуется к классическому виду.

Для анализа полученной схемы с помощью метода гармонической линеаризации необходимо найти передаточную функцию блока эквивалентной нелинейности, которая должна обладать, очевидно, свойствами коэффициента гармонической линеаризации и при этом учитывать особенности преобразования сигнала в схеме.

Будем вести дальнейшие рассуждения для нелинейности вида «ограничение» как наиболее характерной для рассматриваемого случая (см. рисунок 1). Для простоты будем считать, что коэффициент усиления нелинейности $F(x)$ в линейном диапазоне равен единице.

Коэффициент гармонической линейризации, по определению, связывает амплитуду гармонического сигнала на входе нелинейности и амплитуду основной гармоники этого же сигнала на ее выходе.

$$q(X) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X}\right) + \frac{X_{sat}}{X} \sqrt{1 - \left(\frac{X_{sat}}{X}\right)^2} \right], & X > X_{sat}; \\ 1, & X \leq X_{sat}. \end{cases} \quad (2)$$

Для сигнала x на входе нелинейности $F(x)$ в рассматриваемом случае (см. рисунок 1) можно записать:

$$x = X [\sin(\Omega t) \sin(\omega t)], \quad (3)$$

где $X = AZ$.

Сигнал, соответствующий (3), можно представить последовательностью колебаний частоты ω , амплитуды которых изменяются от периода к периоду по гармоническому закону от нуля до X в течение четверти периода T колебания с частотой Ω .

$$\overline{q(x)} = Q'(X) = \frac{1}{T} \left\{ \frac{1}{\Omega} \arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X}\right) + \frac{2}{\pi} \int_{\arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \left[\arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X \sin(\Omega t)}\right) + \left(\frac{X_{sat}}{X \sin(\Omega t)}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{X_{sat}}{X \sin(\Omega t)}\right)^2} \right] dt \right\}. \quad (4)$$

Введем обозначение: $\theta = \Omega t$

Для удобства интегрирования произведем замену переменной подынтегральной функции в (4):

$$Q'(X) = \frac{2}{\pi} \left\{ \arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X}\right) + \frac{2}{\pi} \int_{\arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left[\arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X \sin \theta}\right) + \left(\frac{X_{sat}}{X \sin \theta}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{X_{sat}}{X \sin \theta}\right)^2} \right] d\theta \right\}. \quad (5)$$

Введем обозначение: $n = \frac{\omega}{\Omega}$

При $n > 30$ справедливо равенство:

$$K = \frac{\int_0^{\pi} |\sin \theta \sin(n\theta)| d\theta}{\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta} = \frac{2}{\pi}, \quad (6)$$

где K , очевидно, представляет собой коэффициент усиления блока эквивалентной нелинейности в линейном диапазоне.

Введем обозначение:

$$Q(X) = K Q'(X). \quad (7)$$

Передаточная функция блока эквивалентной нелинейности $Q(X)$ связывает амплитуду гармонического сигнала частотой Ω на входе модулятора и амплитуду основной гармоники этого же сигнала на выходе синхронного демодулятора и, таким образом, имеет физический смысл и размерность коэффициента гармонической линейризации.

В общем случае, при действии гармонического сигнала амплитудой X и уровне ограничения X_{sat} , коэффициент гармонической линейризации $q(X)$ имеет вид [4]:

Каждой из этих “элементарных” синусоид, очевидно, будет соответствовать свое значение $q(x)$, причем, как следует из (2), до момента времени t_1 , когда начинается ограничение (где $t_1 = \frac{1}{\Omega} \arcsin\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)$), коэффициенты $q(x)$ будут одинаковы и равны коэффициенту усиления нелинейности в ее диапазоне линейности (т. е. в данном случае – единице).

Определим среднее значение $q(x)$ за период T :

График зависимости $Q\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)$ приведен на рисунке 2. Здесь же для сравнения показан штрихпунктиром график зависимости $q\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)$, построенный в соответствии с (2).

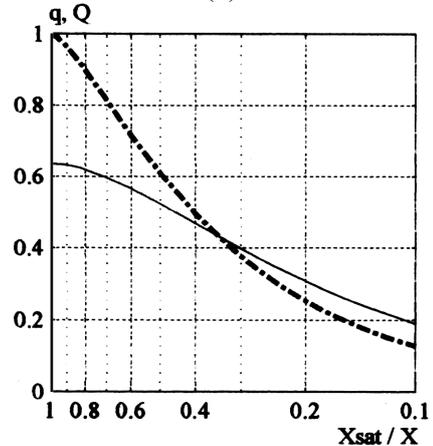


Рисунок 2 – Графики зависимостей $Q\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)$ и $q\left(\frac{X_{sat}}{X}\right)$

Использование полученного выражения для передаточной функции блока эквивалентной нелинейности упрощает и делает более точной процедуру анализа нелинейных систем с преобразованием сигнала в контуре регулирования; его (выражения) адекватность была проверена на практике при исследовании устойчивости и быстродействия системы стабилизации нагрузки велоэргометра с электромагнитной системой торможения [5].

Необходимо отметить, что данная статья отражает в какой-то степени опыт адаптации имеющегося теоретического базиса для целей анализа специфических систем, разрабатываемых в отделе 32 Республиканского научно-исследовательского УП "Луч".

Получено 15.06.2004

V. V. Kickyov. Application of harmonic linearization technique to analysis of automatic control systems with modulation-demodulation in loop.

The method is proposed for calculating the coefficients of harmonic linearization for nonlinearity within a system with modulation-demodulation in loop.

Список литературы

- 1 *Филлис Ч., Харбор Р.* Системы управления с обратной связью. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 616 с.
- 2 *Полонников Д. Е.* Операционные усилители: Принципы построения, теория, схемотехника. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 216 с.
- 3 *Дорф Р., Бишон Р.* Современные системы управления. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
- 4 *Попов Е. П.* Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1988. – 256 с.
- 5 *Кикинёв В. В., Репин В. Н.* Разработка и изготовление программируемого велоэргометра для проведения функциональных нагрузочных проб и восстановительного лечения: Отчет о НИР / Респ. науч.-исслед. УП "Луч". – Гомель, 2003. – 16 с. Деп. в БелИСА 9.04.2003, № Д200326.